Магнітне поле у речовині

Лекції з електрики та магнетизму

Пономаренко С. М.

Зміст лекції

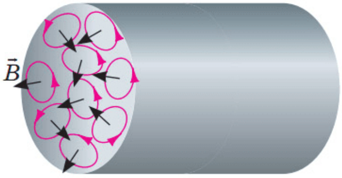
1. Основні поняття
2. Намагнічування
3. Теорема про циркуляцію в речовині
4. Магнетики
5. Граничні умови
6. Феромагнетики

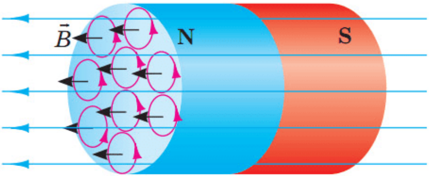
Гіпотеза Ампера

Молекулярні струми

Якщо магнітне поле діє на рухомі заряджені частинки та рамки зі струмом, то чому воно також діє і на будь-який інший шматок магніту? Ампер припустив, що всередині магніту теж течуть струми.

Але якщо взяти стрілку або магніт у руки, то ніяких струмів ми не відчуваємо. Отже, ці струми циркулюють усередині речовини і ніколи не виходять назовні. Що це за струми такі всередині речовини, Ампер звісно ж не знав. Сучасній науці вже відомо, що звичайна речовина складається з атомів. Своєю чергою, всередині атомів є позитивно заряджені ядра з негативно зарядженими електронами, що обертаються навколо них. Також самі електрони є маленькими магнітними стрілочками. Так ось, рух електронів усередині атомів є не що інше, як електричні струми, про існування яких припустив Ампер. Магнітне поле діє на ці струми, а значить і на речовину в цілому.





Означення

Мікрополе та середнє поле

У речовині магнітне поле формується як зовнішнім полем, так і струмами, що циркулюють у цій речовині.

На мікрорівні (тобто на відстанях порядку розміру атомів і менше) поле різко змінюється в часі та просторі. Це поле називається мікрополем $\vec{B}_{\text{micro}}$. Однак якщо провести усереднення за малим об'ємом, у якому є багато частинок (тобто за фізично нескінченно малим об'ємом), то отримаємо середнє поле:

$$\left\langle \vec{B} \right\rangle = \frac{1}{\Delta V} \iiint\limits_{\Delta V} \vec{B}_{\text{micro}} dV .$$

Середнє поле змінюється істотно повільніше внаслідок статистичного усереднення при випадковому русі частинок.

Означення

Струми провідності та молекулярні струми

Створювані рухомими зарядами, можна розділити на дві групи: струми провідності та молекулярні струми.

1. Струми провідності пов’язані з переміщенням вільних зарядів і є сторонніми щодо речовини.
2. Молекулярні струми зумовлені орбітальним рухом і спіном (власним моментом імпульсу) електронів в атомах (молекулах) і ядер речовини.

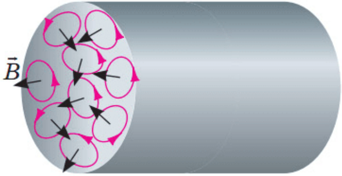
Вектор намагнічування

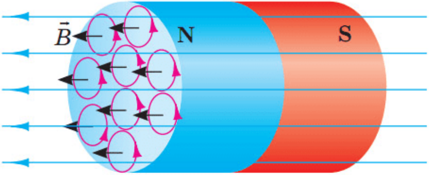
Вектор намагнічування (або намагніченість) — це величина, що характеризує магнітний момент одиниці об’єму речовини. Визначається вона як:

$$\vec{J} = \frac{1}{V}\sum_i \vec{p}_i,$$

де $\vec{p}_i$ — магнітні моменти окремих частинок.

Намагніченість називається однорідною, якщо вектор J не залежить від вибору точки в речовин. Якщо ж $\vec{J} \neq \mathrm{const}$, то намагніченість називається неоднорідною.





Вимірювані величини і вилучення струмів намагнічення

Основна задача теорії магнітостатики в речовині

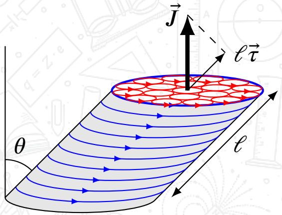
У магнітостатиці стоїть завдання знайти спосіб опису полів, які виникають через молекулярні струми, без їх безпосереднього обчислення. Основна ідея полягає у тому, щоб **вилучити** струми намагнічення з рівнянь і замінити їх іншими величинами, які можливо вимірювати безпосередньо, наприклад, вектором намагнічення $\vec{J}$.

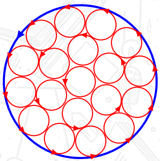
Чому це важливо?

Виключення струмів намагнічення з розрахунків дозволяє зосередитись на вимірюваних параметрах, що спрощує математичні моделі. В результаті, обчислення магнітних полів у магнетиках стає доступнішим і більш наочним.

Зв’язок намагніченості з молекулярними струмами

Виділимо в речовині досить малий циліндр, так що поле в ньому можна вважати практично однорідним. У його об’ємі молекулярні струми компенсують один одного. Циліндр (ліворуч) і вигляд його торця (праворуч). Кільцеві струми, що циркулюють в об’ємі, компенсують один одного всюди, окрім точок бічної поверхні. У результаті залишається тільки поверхневий струм, що тече бічною поверхнею циліндра.





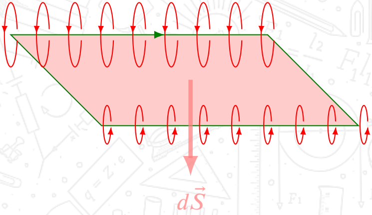
Знайдемо магнітний момент такого циліндрика:

$$\vec{p}_m = \vec{J}V = \frac{1}{c} I_m S\,\vec{n} \Rightarrow \vec{J} S\ell\cos\theta = \frac{1}{c} I_m S\,\vec{n} \Rightarrow \vec{J}\cdot\vec{\tau}\ell\cos\theta = \frac{1}{c} I_m\,\vec{n}\cdot\vec{\tau}$$

$$I_m / \ell = i_m = c\vec{J}\cdot\vec{\tau},\ \vec{n}\cdot\vec{\tau} = \cos\theta.$$

Молекулярні струми перпендикулярні намагніченості: $\vec{i}_m \perp \vec{J}$.

Циркуляція вектора намагнічення



Виберемо тепер у речовині довільний замкнутий контур L. На одиницю довжини контуру припадає струм намагнічування:

$$i_m = c\vec{J} \cdot d\vec{\ell},$$

таким чином, контур перетинає повний струм:

$$I_m = c \oint_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell}.$$

Отриманий вираз на підставі теореми Стокса перетворюється на вигляд:

$$I_m = c \oint_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell} = c \iint_S \operatorname{rot} \vec{J} \cdot d\vec{S}.$$

де S — поверхня, що спирається на контур L.

Циркуляція вектора намагнічення

Молекулярні об'ємні струми намагнічення

Отриманий вираз на підставі теореми Стокса перетворюється на вигляд:

$$I_m = c \oint\limits_L \vec{J} \cdot d\vec{\ell} = c \iint\limits_S \operatorname{rot} \vec{J} \cdot d\vec{S}.$$

де S — поверхня, що спирається на контур L.

Струм, що протікає через поверхню S, виражається через густину струму формулою $I_m = \iint\limits_S \vec{j}_m \cdot d\vec{S}$. отже, що густина молекулярних струмів пов'язана з вектором намагнічування формулою:

$$\boxed{\vec{j}_m = c \operatorname{rot} \vec{J}.}$$

Це співвідношення дає зв'язок молекулярного струму з вектором намагнічування в диференціальній формі.

Теорема про циркуляцію в речовині

Циркуляцію магнітного поля породжують всі струми, як струми провідності так і струми намагнічування:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c}(I + I_m).$$

Тепер у нас є інструмент для вилучення I_m з рівняння.

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c}\left(I + c\iint_S \operatorname{rot}\vec{J} \cdot d\vec{S}\right).$$

Введемо величину, що — напруженість магнітного поля:

$$\boxed{\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{J}.}$$

Теорема про циркуляцію в речовині

Введемо величину, що — напруженість магнітного поля:

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{J}.$$

Теорема про циркуляцію в речовині прийме вигляд:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} I.$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}.$$

Вектор $\vec{H}$ є допоміжним і слугує для спрощення вигляду рівнянь. Суттєво, що його циркуляція визначається тільки струмами провідності, що дає змогу в низці задач спростити розрахунок магнітного поля в середовищі.

Лінійні ізотропні магнітні середовища

Якщо магнітне поле слабке і в середовищі немає початкової намагніченості, то можна покласти:

$$\vec{J} = \chi_m \vec{H}.$$

Коефіцієнт χ_m називається магнітною сприйнятливістю.
Підставимо це співвідношення у формулу $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{J}$. Це дає

$$\vec{B} = (1 + 4\pi\chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}.$$

Величина $\boxed{\mu = 1 + 4\pi\chi_m}$ називається магнітною проникністю середовища.

Магнетики

Залежно від значення магнітної проникності виділяють такі основні класи середовищ:

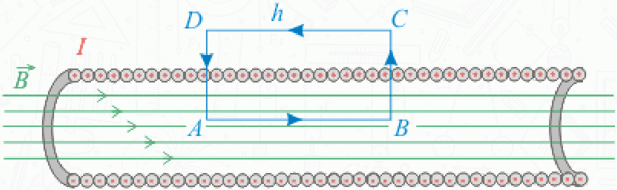
1. Якщо $\chi_m > 0$, $\mu > 1$, то речовина називається парамагнетиком. Парамагнітні властивості мають, наприклад, Al, Pt, $FeCl_2$, O_2, лужні та лужноземельні метали.
2. Якщо $\chi_m < 0$, $\mu < 1$, то речовина називається діамагнетиком. Діамагнетиками є Bi, Sb, Si, H_2O, H_2, N_2 тощо.

Класифікація речовин на парамагнетики та діамагнетики запропонував М. Фарадей у 1845 р. Типові значення магнітної сприйнятливості для діа- і парамагнетиків становлять $|\mu| = 10^{-5} \div 10^{-5}$.

Деякі речовини можуть зберігати намагніченість $\vec{J}$ за відсутності зовнішнього магнітного поля. Для них не виконується просте співвідношення $\vec{J} = \chi_m \vec{H}$ при всіх значеннях $\vec{H}$. Такі речовини називаються феромагнетиками. До їх числа належать, наприклад, Fe, Co, Ni. В діапазоні, де таке співвідношення формально виконується, магнітна проникність феромагнетиків сягає значень порядку $\mu \gg 1$.

Задача 1

Знайти індукцію магнітного поля в середині нескінченного соленоїда з густиною намотки n, по виткам якого тече струм I. Об'єм в середині соленоїда заповнено парамагнетиком з магнітною проникністю μ.



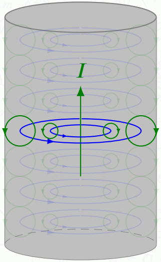
Відповідь: $B = \frac{4\pi}{c}\mu n I$

Задача 2

Постійний струм I тече вздовж довгого циліндричного дроту круглого перерізу. Дріт виготовлений з парамагнетика сприйнятливістю χ. Знайти:

1. поверхневий молекулярний струм;
2. об'ємний молекулярний струм.

Як ці струми напрямлені один відносно одного?



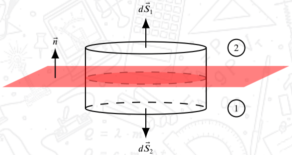
Відповіді:

1. $I'_{\text{пов}} = 4\pi\chi I$;
2. $I'_{\text{об}} = 4\pi\chi I$.

Струми напрямлені протилежно один відносно одного.

Граничні умови для $\vec{B}$ та $\vec{H}$

Застосуємо теорему Гауса до нескінченно малого циліндра, що охоплює частину межі розділу двох середовищ. Вважаючи $d\vec{S}_1 = -d\vec{S}_2$, $q = \sigma dS$, $d\vec{S}_1 = \vec{n}\, dS$, маємо



$$\oiint_S \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_1 + \vec{B} \cdot d\vec{S}_2 = 0$$

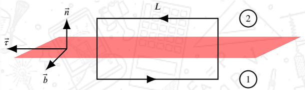
Звідси випливає перша гранична умова:

$$\boxed{B_{1n} = B_{2n}.}$$

Нормальна складова вектора $\vec{B}$ не зазнає стрибка при переході через границю розділу середовищ.

Граничні умови для $\vec{B}$ та $\vec{H}$

Застосуємо теорему про циркуляцію до нескінченно малого прямокутного контуру L, що проходить на нескінченно малій відстані над і під поверхнею розділу середовищ. Вважаючи, що $d\vec{r}_1 = -d\vec{r}_2$, маємо



$$\oint\limits_L \vec{H}\cdot d\vec{r} = \frac{4\pi}{c} I \Rightarrow \vec{H}_1 d\vec{r}_1 + \vec{H}_2 d\vec{r}_2 = \frac{4\pi}{c} i_b d\ell$$

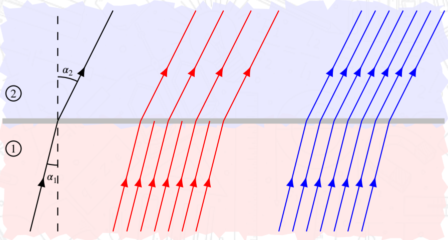
Звідси випливає друга гранична умова: $\boxed{H_{2\tau} - H_{1\tau} = \frac{4\pi}{c} i_b.}$

Останню умову можна можна записати у векторному вигляді: Оскільки $\vec{\tau} = \vec{b}\times\vec{n}$. То $(\vec{H}_2 - \vec{H}_1)\vec{\tau} = \frac{4\pi}{c} i_b$, або $(\vec{H}_2 - \vec{H}_1)[\vec{b}\times\vec{n}] = \frac{4\pi}{c} i_b$. Зробивши циклічний зсув співмножників у змішаному добутку векторів, отримаємо: $\vec{n}\times(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \frac{4\pi}{c}\vec{i}$.

Тангенціальна складова $\vec{H}$ зазнає розриву, якщо по поверхні розділу середовищ течуть струми провідності.

Заломлення силових ліній на границі магнетиків

Лінії векторів $\vec{B}$ і $\vec{H}$ на границі розділу двох магнетиків заломлюються.



Поле вектора $\vec{H}$ Поле вектора $\vec{B}$

Граничні умови для вектора $\vec{H}$

$$\begin{cases} H_{1\tau} = H_{2\tau}, \Rightarrow H_1 \sin\alpha_1 = H_2 \sin\alpha_2, \\ B_{1n} = B_{2n}, \Rightarrow \mu_1 H_1 \cos\alpha_1 = \mu_2 H_2 \cos\alpha_2 \end{cases}$$

Граничні умови для вектора $\vec{B}$

$$\begin{cases} H_{1\tau} = H_{2\tau}, \Rightarrow B_1/\mu_1 \sin\alpha_1 = B_2/\mu_2 \sin\alpha_2, \\ B_{1n} = B_{2n}, \Rightarrow B_1 \cos\alpha_1 = B_2 \cos\alpha_2 \end{cases}$$

Закон заломлення ліній $\vec{B}$ та $\vec{H}$ однаковий:

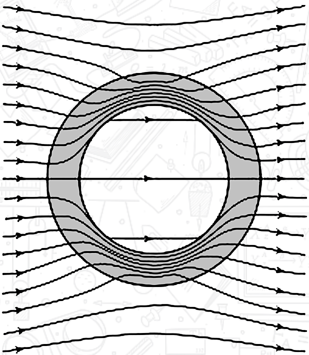
$$\operatorname{tg}\alpha_2/\operatorname{tg}\alpha_1 = \mu_2/\mu_1.$$

В діелектрику з більшим значенням μ лінії $\vec{H}$ і $\vec{B}$ становитимуть більший кут із нормаллю до границі розділу.

Магнітне екранування

На заломленні магнітних ліній заснований магнітний захист.

При внесенні, наприклад, замкненої залізної оболонки (шару) в зовнішнє магнітне поле лінії цього поля будуть концентруватися (згущуватися) переважно в самій оболонці. Усередині ж цієї оболонки — в порожнині — магнітне поле виявляється сильно ослабленим порівняно із зовнішнім полем. Іншими словами, залізна оболонка має екрануючу дію.

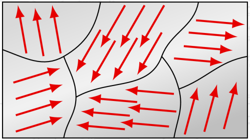


Це використовують для оберігання чутливих приладів від зовнішніх магнітних полів.

Феромагнетики

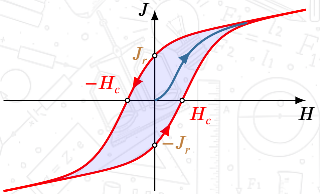
Феромагнетиками називають речовини (тверді), які можуть мати спонтанну намагніченість в середині окремих доменів, тобто намагнічені вже за відсутності зовнішнього магнітного поля. Типові представники феромагнетиків — це залізо, кобальт і багато їхніх сплавів.

Домен — це локальна область усередині феромагнетика, де дипольні моменти орієнтовані в одному й тому самому напрямку. У кожному домені намагніченість постійна і спрямована в один бік.



Гістерезис в феромагнетиках

Гістерезис — неоднозначна петлеподібна залежність поляризації сегнетоелектриків від зовнішнього магнітного поля $\vec{H}$ за його циклічної зміни.



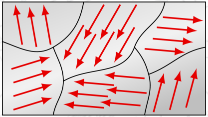
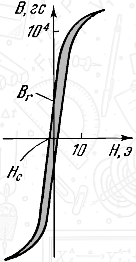


Рис.: Доменна структура феромагнетика

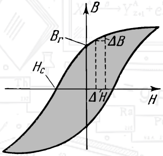
1. За високого поля H, намагніченість досягає насичення і поводить себе як парамагнетик у якого $J \propto H$.
2. Поле зменшується до нуля $H = 0$, але намагніченість J_r залишається.
3. Для того щоб звести намагніченість до нуля, потрібно прикласти негативне поле $-H_c$, яке називається коерцитивною силою.
4. При подальшому збільшенні негативного поля намагніченість $J \propto H$.
5. При зменшенні негативного поля до нуля намагніченість залишається на рівні $-J_r$.

Магнітно-м'які та магнітно-жорсткі феромагнетики

Магнітом'який матеріал, який застосовують як осердя в трансформаторах, електромагнітах та інших приладах і машинах, характерний дуже вузькою петлею гістерезису. Вузькість петлі (мала коерцитивна сила) означає малі втрати на перемагнічування. У ділянці до насичення петля близька до прямої лінії, рівняння якої можна записати, як для неферомагнітних речовин, у вигляді $\vec{B} = \mu\vec{H}$.



Постійні магніти слід виготовляти з магнітно-жорстких матеріалів, наприклад із загартованої сталі. Гістерезисна петля її широка, H_c велика, що забезпечує стійкість намагнічування.



Підсумки

Вектор намагнічення	$\vec{J} = \frac{1}{V}\sum \vec{p}_i$
Теорема про циркуляцію для вектора $\vec{J}$	$c\oint\limits_L \vec{P}d\vec{\ell} = I_m$
в диференціальній формі	$c\,\mathrm{rot}\,\vec{J} = \vec{j}_m$
Вектор напруженості	$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{J}$
Для лінійних магнетиків	$\vec{J} = \chi_m\vec{H}$
Зв'язок проникності і сприйнятливості (для лінійних магнетиків)	$\mu = 1 + 4\pi\chi_m$
Для лінійних магнетиків	$\vec{B} = \mu\vec{H}$
Теорема про циркуляцію в магнетиках	$\oint\limits_L \vec{H}d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c}\iint\limits_S \vec{j}\,dS$
в диференціальній формі	$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}$